



DOMANDE

- 1 Analizzando una tabella con i valori di due grandezze, da che cosa puoi dedurre che esse sono direttamente proporzionali?
- 2 Osservando un grafico su cui sono riportati dati sperimentali relativi a due grandezze, da che cosa puoi dedurre che tra esse c'è una relazione di proporzionalità inversa?
- 3 Come si rappresenta l'incertezza sperimentale in un grafico dei dati?
- 4 In un grafico su cui sono riportati dati sperimentali con le rispettive incertezze, tracci la retta che meglio si avvicina ai dati e noti che non passa per l'origine. Quale relazione deduci per le grandezze in esame?
- 5 Che cosa sono l'interpolazione e l'estrapolazione?
- 6 Spiega a che cosa serve e in che cosa consiste il metodo della separazione delle variabili.

ESERCIZI

1 Come realizzare un grafico a partire da dati sperimentali

1 ★★ Nel corso di una giornata d'estate è stata misurata ogni mezz'ora sul terreno la lunghezza dell'ombra di un paletto illuminato dal Sole. La tabella riporta l'ora del rilevamento e la lunghezza dell'ombra.

Ora	Lunghezza (cm)
8:00	23,8
8:30	18,8
9:00	15,5
9:30	12,8
10:00	10,6
10:30	9,0
11:00	7,5
11:30	6,5
12:00	5,6
12:30	5,0
13:00	4,6
13:30	4,6
14:00	4,9
14:30	5,5
15:00	6,4
15:30	7,4
16:00	8,8
16:30	10,4
17:00	12,5
17:30	14,8
18:00	18,1
18:30	23,2
19:00	28,8

- Utilizzando la carta millimetrata, rappresenta i dati su un grafico.
- In quale momento della giornata il Sole ha raggiunto la massima altezza sull'orizzonte?

- ▶ Il quel momento, qual era l'altezza del Sole sull'orizzonte, in gradi, se il paletto era alto 10,6 cm? Rispondi aiutandoti con un disegno in scala.

[13-13:30; 66°]

2 ★★ La tabella riporta i valori, registrati ogni mezzo minuto, della temperatura di una massa d'acqua riscaldata mediante un bollitore elettrico in un recipiente termicamente isolato. L'incertezza sulle misure di tempo è di un secondo, quella sulle misure di temperatura è di mezzo grado.

Tempo (s)	Temperatura (°C)
0	23,0
30	25,0
60	30,5
90	35,0
120	38,5
150	43,0
180	47,0
210	50,5
240	55,0
270	58,0

- ▶ Utilizzando la carta millimetrata rappresenta su un grafico i dati con la loro incertezza.
- ▶ Traccia sul grafico la linea che meglio si adatta ai valori riportati.
- ▶ A che istante di tempo la temperatura ha raggiunto il valore di 40 °C?
- ▶ Qual era la temperatura al tempo 160 s?

[130 s ; 44 °C]

2 Verifica grafica di relazioni matematiche: proporzionalità diretta

1 ★★★ In un esperimento si è misurata la massa m di vari corpi con una bilancia e il loro peso p con un dinamometro. Si sono ottenuti i seguenti valori:

m (kg)	p (N)
2,2	21,5
2,5	24,5
2,8	27,6
3,0	29,4
3,1	30,4
3,2	31,3
3,4	33,3
3,6	35,2
3,8	37,2
4,0	39,2

- ▶ Utilizzando la carta millimetrata rappresenta i dati su un piano cartesiano, riportando la massa in ascissa e il peso in ordinata.
- ▶ Ricava la relazione matematica esistente tra massa e peso.
- ▶ Calcola il valor medio della costante k di proporzionalità e la sua incertezza.

[[9,8±0,5) N/kg]

2 ★★★ È stato svolto un esperimento in cui, con una pompa da bicicletta, si è soffiata aria dentro una bottiglia di plastica munita di un apposito tappo con valvola. Con una bilancia si è misurata la massa m dell'aria immessa nella bottiglia e, conoscendo la capacità della pompa, si è potuto determinare il volume V dell'aria immessa. Si sono ottenuti i seguenti valori:

V (dm ³)	m (g)
0,30	0,39
0,45	0,57
0,60	0,77
0,75	0,95
0,90	1,10
1,05	1,29
1,20	1,43

- ▶ Utilizzando la carta millimetrata o un foglio elettronico rappresenta i dati su un piano cartesiano, riportando la massa in ascissa e il volume in ordinata.

- Ricava la relazione matematica esistente tra massa e volume. Si può dire che si tratta di proporzionalità diretta?
- Calcola il valor medio della costante k di proporzionalità e la sua incertezza.

$$[(1,25 \pm 0,05) \text{ g/dm}^3]$$

3 ★★★ In un esperimento è stata misurata la forza F impressa a un carrello e l'accelerazione a con cui questo si è mosso. Si sono ottenuti i seguenti valori:

F (N)	a (m/s ²)
5,0	4,9
10,0	9,8
15,0	15,2
20,0	20,1
25,0	25,0
30,0	29,9

- Utilizzando un foglio elettronico realizza un grafico a punti, riportando la forza in ascissa e l'accelerazione in ordinata.
- Ricava la relazione matematica esistente tra accelerazione e forza.
- Calcola il valor medio della costante k di proporzionalità e la sua incertezza.

$$[(1,00 \pm 0,02) \text{ Ns}^2/\text{m}]$$

3 Verifica grafica di relazioni matematiche: proporzionalità inversa

1 ★★★ In un esperimento è stata misurata l'accelerazione a del moto di oggetti di massa m . Si sono ottenuti i seguenti valori:

m (kg)	a (m/s ²)
1,0	12,0
2,0	5,9
3,0	4,1
4,0	3,0
5,0	2,5
6,0	2,0

- Utilizzando la carta millimetrata rappresenta i dati su un piano cartesiano, riportando la massa in ascissa e l'accelerazione in ordinata.
- Ricava la relazione matematica esistente tra accelerazione e massa.
- Calcola il valor medio della costante k di proporzionalità e la sua incertezza.
- Per verificare le tue ipotesi «linearizza» il grafico, riportando in ascissa i valori del reciproco di una variabile.

$$[(12,1 \pm 0,4) \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m/s}^2]$$

2 ★★★ In un esperimento, un gas contenuto in un recipiente è stato compresso e si sono misurate la pressione totale p agente sul gas e il volume V occupato. I risultati sono riportati in tabella:

V (cm ³)	p_{tot} (N/cm ²)
9,8	10,22
7,9	12,73
6,7	15,31
5,7	17,80
4,9	20,33
4,4	22,84
4,0	25,35

- Utilizzando un foglio elettronico rappresenta i dati su un piano cartesiano, riportando la pressione in ascissa e il volume in ordinata.
- Ricava la relazione matematica esistente tra pressione e volume.
- Calcola il valor medio della costante k di proporzionalità e la sua incertezza.
- Per verificare le tue ipotesi «linearizza» il grafico, riportando in ascissa i valori del reciproco di una variabile.

$$[(101 \pm 1) \text{ cm/N}]$$

DOMANDE

1 Con 20 litri di benzina un automobilista ha percorso in autostrada 340 km. Che relazione di proporzionalità esiste fra i litri consumati e i km percorsi?

2 In una piscina il corso di nuoto ha i seguenti prezzi: 6 lezioni 50 €, 12 lezioni 90 €, 18 lezioni 120 €. Il costo è direttamente proporzionale al numero delle lezioni? Perché?

3 Spiega perché la rappresentazione grafica $y=f(x)$ della relazione $y=3 \cdot x+12$ non può essere una retta passante per l'origine degli assi cartesiani.

4 Paolo ha a disposizione 20 € per comprare dei dolci. In pasticceria ci sono confezioni da 1,25 €, 2,5 €, 5,0 €. Che relazione c'è tra il numero di confezioni (n) che Paolo può acquistare e il loro costo singolo (c)? Esprimi tale relazione in formula.

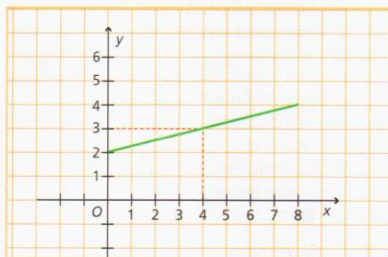
5 Perché per aumentare l'energia cinetica di un corpo ($E_c = 1/2 \cdot m \cdot v^2$) è più efficace aumentare la sua velocità (v) piuttosto che la sua massa (m)?

6 Aumentando il valore del lato di un quadrato aumenta in proporzione anche la sua area. Potresti quindi definire le grandezze lato e area direttamente proporzionali? Perché?

7 Considera la formula del volume (V) di un cilindro; se mantieni costante il raggio di base (r) oppure l'altezza (h) ottieni due relazioni diverse tra il volume e queste grandezze. Che tipo di relazioni sono?

8 Il grafico che segue rappresenta una propor-

zionalità diretta? Scrivi la formula della relazione rappresentata.



ESERCIZI

2 Proporzionalità diretta

1 ★★★ Considera la seguente tabella.

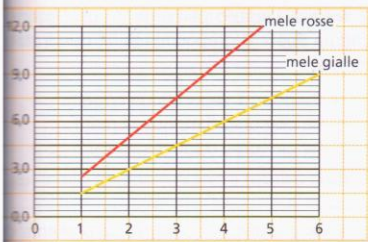
a	-12,5	-6,4	-2,1	-0,7	3,4	5,8	9,9
b	-7,50	-3,84	-1,26	-0,42	2,04	3,48	5,94

Dopo aver rappresentato graficamente le misure determina la relazione che lega le due grandezze, scrivendo la relativa formula e il valore della costante di proporzionalità.

$$[b = k \cdot a; k = 0,6]$$

2 ★★★ Sull'asse delle ascisse del grafico che segue sono rappresentate le quantità (in kg) di due tipi di mele, rosse e gialle, acquistate al mercato; sull'asse delle ordinate il loro costo (in €).

► Determina se sono più care le mele rosse o quelle gialle e il rispettivo costo al kg.



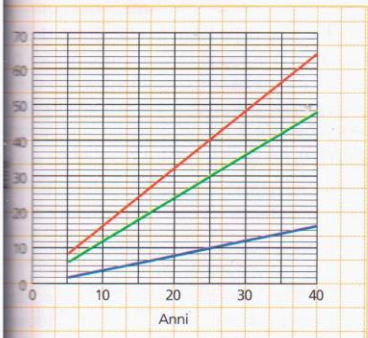
[mele gialle 1,5 €/kg; mele rosse 2,5 €/kg]

★★ Per fare una torta per 5 persone occorrono 420 grammi di farina.

- ▶ Quanta farina occorre per 7 e per 12 persone?
- ▶ Se voglio fare due torte, rispettivamente con circa 670 g e con 1200 g di farina, per quante persone saranno?
- ▶ Rappresenta tutti i valori ottenuti in un unico grafico.

[588 g; 1008 g; 8; 14]

★★ Nel grafico che segue sono riportati gli incrementi di stipendio in € ricevuti da un operaio (linea blu), un impiegato (linea verde) e un agente (linea rossa) nel corso di quarant'anni di attività a partire dal quinto anno.



- ▶ Calcola per ognuno la costante di incremento ottenuta.

[0,4; 1,2; 1,6]

★★ La densità del mercurio è 13580 kg/m³. Calcola il volume in cm³ delle seguenti masse

di mercurio (in grammi) e disegna il grafico della massa (in g) in funzione del volume (in cm³):

38,0; 46,2; 85,6; 111,3; 172,4.

3 Proporzionalità inversa

1 ★★ Mantenendo costante la forza applicata a corpi con diversa massa si ottengono le accelerazioni riportate in tabella:

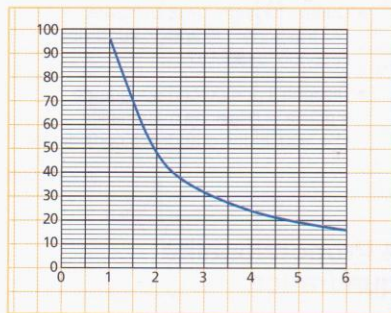
<i>m</i>	2,84	1,78	1,09	0,95	0,59	0,49	0,41
<i>a</i>	0,5	0,8	1,3	1,5	2,4	2,9	3,5

- ▶ Quale relazione lega le grandezze massa e accelerazione? Scrivi la relativa formula e il valore della costante di proporzionalità.

[$m = k/a$; $k = 1,42$]

2 ★★ Costruisci una tabella con almeno 8 coppie di valori di due grandezze *x* e *y* legate dalla relazione: $x \cdot y = 2,4$ e rappresenta graficamente i valori trovati.

3 ★★★ Il grafico seguente rappresenta la relazione tra la base (asse delle ascisse) e l'altezza (ordinate) di 6 triangoli con la stessa area.



- ▶ Calcola il valore di tale area e scrivi la relazione che lega base e altezza.

[$A = 48$; $b = 96/h$]

4 ★★★ Per costruire una piccola casa un'impresa di costruzioni utilizza 18 muratori (*n*) preventivando di terminare i lavori in 2 anni.

- ▶ Completa la tabella che segue, in cui sono state fatte simulazioni variando il numero dei lavoratori e il tempo complessivo.

Numero muratori (n)		36		24	18
Mesi (m)	8		16		24

- ▶ Traccia il grafico relativo alla tabella ed esprimi la relazione tra le grandezze rappresentate.

$[n \cdot m = 432]$

- 5 ★★★ Un fruttivendolo deve trasportare 1200 arance e ha a disposizione cassette di diverse misure, che possono contenere da 12 a 200 arance.

Arance per cassetta (a)	Numero di cassette (n)
200	
100	
50	
20	
12	

- ▶ Quante cassette deve utilizzare per trasportare le arance suddivise secondo la tabella?
- ▶ Disegna il grafico corrispondente e ricava la relazione matematica che lega le due grandezze considerate.

$[n = 1200/a]$

4 Proporzionalità quadratica

- 1 ★★★ Considera l'area di 6 cerchi di diverso raggio, da 12 cm a 144 cm.

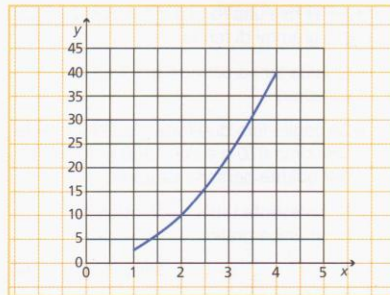
- ▶ Costruisci la tabella e ricava il grafico che rappresenta l'area del cerchio in funzione del suo raggio.
- ▶ Che proporzionalità esiste tra queste due grandezze?

- 2 ★★★ Lo spazio percorso da un oggetto in caduta libera è proporzionale al quadrato del tempo.

- ▶ Se dopo 1 secondo un oggetto ha percorso 5 m, quanti metri ha percorso dopo 4 secondi?

$[80 \text{ m}]$

- 3 ★★★ Il grafico che segue rappresenta due grandezze legate da un proporzionalità quadratica.



- ▶ Quanto vale la costante?
- ▶ Esprimi con una formula la relazione che le lega x a y .

$[2,5; y = 2,5 \cdot x^2]$

- 4 ★★★ Una delle leggi fondamentali dell'elettrostatica è la legge di Coulomb: $F = kq_1q_2/r^2$, dove F è la forza con cui interagiscono due cariche elettriche q_1 e q_2 , k è una costante universale (che vale $9 \cdot 10^9$ nel Sistema Internazionale di Unità), r è la distanza tra le cariche.

- ▶ Che relazione esiste tra la forza e la distanza fra due determinate cariche?
- ▶ Dopo aver assegnato alla distanza alcuni valori compresi tra 0,2 m e 2 m, determina la forza F che agisce tra $q_1 = 3 \cdot 10^{-6}$ C e $q_2 = 5 \cdot 10^{-6}$ C (dove C, il coulomb, è l'unità di misura della carica nel S.I.).
- ▶ Traccia il grafico della forza in funzione della distanza.

- 5 ★★★ In un esperimento di laboratorio un carrello viene fatto scendere lungo un piano

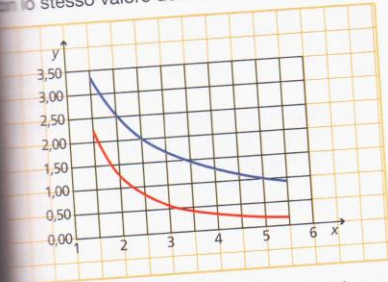
...inato lungo 2 metri. La legge che lega lo spazio percorso al tempo impiegato è:

$$s = 0,25 t^2.$$

- ▶ Costruisci una tabella calcolando i tempi che il carrello impiega a compiere un quarto, metà, tre quarti e l'intero tragitto e ricava il relativo grafico.

$$[1,41 \text{ s}; 2,00 \text{ s}; 2,45 \text{ s}; 2,83 \text{ s}]$$

3 ★★★ Il grafico che segue mostra la rappresentazione grafica di due leggi di proporzionalità: inversa (blu) e inversa quadratica (rossa), con lo stesso valore della costante.



- ▶ Ricava tale valore dal grafico, scrivi in formula le due leggi rappresentate e costruisci una tabella con almeno 4 coppie di valori per ogni curva rappresentata.

$$[k = 5; y = 5/x; y = 5/x^2]$$

5 Altri tipi di proporzionalità

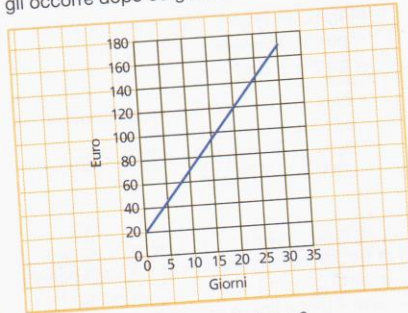
1 ★★★ Un rappresentante di cosmetici ha uno stipendio fisso di 1200 € al mese più le provvigioni derivanti dalle vendite del prodotto nella misura di 5 € per confezione.

- ▶ Scrivi la relazione che intercorre tra il guadagno mensile (G) e il numero di prodotti venduti (n).
- ▶ Calcola quanto ha guadagnato nei mesi in cui ha venduto 80, 95, 120, 46, 70, 130 confezioni e traccia il relativo grafico.

$$[G = (5 \cdot n + 1200)€]$$

2 ★★★ Il grafico che segue rappresenta la situazione di un ragazzo che vuole acquistare

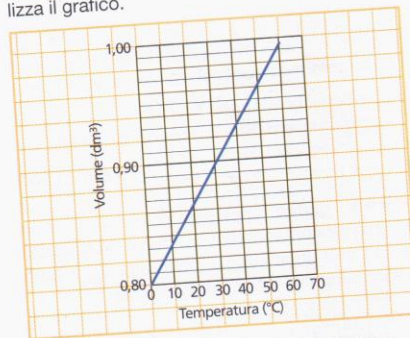
una bicicletta: inizialmente è in possesso di 20 €, ma risparmiando qualcosa ogni giorno in modo costante riesce a raggiungere la cifra che gli occorre dopo 30 giorni.



- ▶ Quanto risparmia al giorno?
- ▶ Scrivi la relazione che lega le grandezze risparmio (R in €) e numero di giorni (n).

$$[5 €; R = (5 \cdot n + 20)€]$$

3 ★★★ Il grafico seguente è riferito alla legge della dilatazione termica di un gas, e rappresenta una certa quantità di gas il cui volume aumenta all'aumentare della temperatura. Analizza il grafico.



- ▶ Perché la retta non passa per l'origine degli assi?
- ▶ La relazione tra volume e temperatura è una proporzionalità diretta?
- ▶ Ricava il volume del gas alla temperatura iniziale, a 25°C e a 40°C.

$$[0,80 \text{ dm}^3; 0,87 \text{ dm}^3; 0,92 \text{ dm}^3]$$