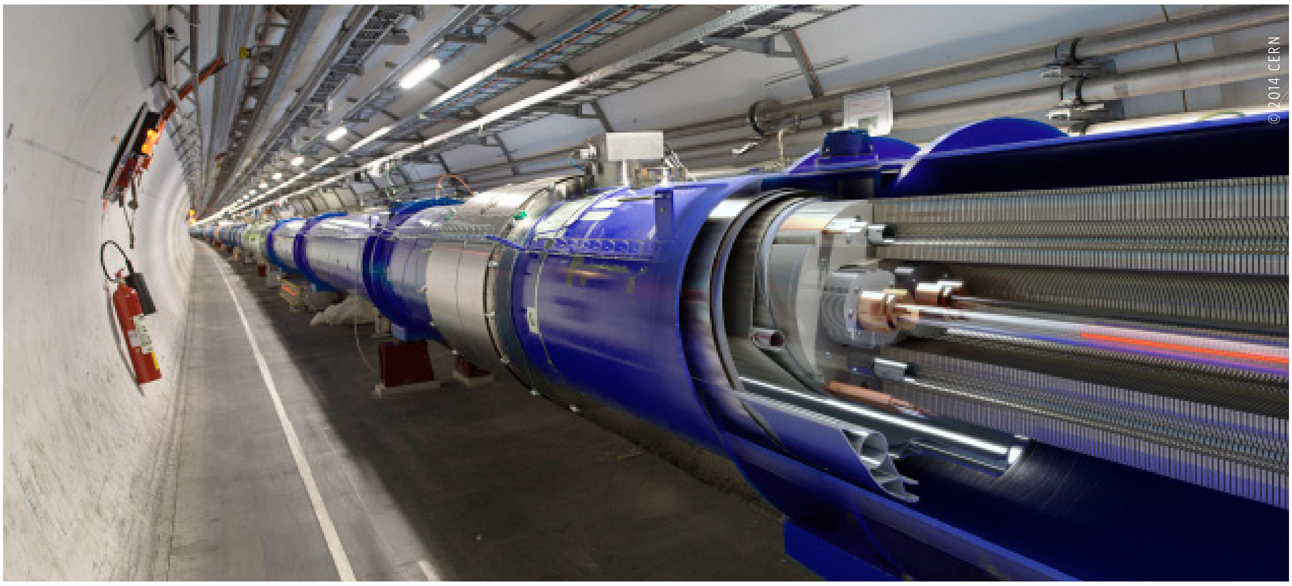
Scheda Didattica / **Nuove sfide per LHC**

di **Roberto Vanzetto**



LA MASSA E L'ENERGIA RELATIVISTICA: UN'INTRODUZIONE

Sappiamo che il peso dipende dalla forza di attrazione gravitazionale. Per esempio, un ragazzo di 48 kg pesa circa 470 Newton sulla Terra, ma peserebbe solamente 78 Newton sulla superficie della Luna, cioè un sesto. Siamo invece abituati a considerare la massa come una caratteristica indipendente dalle altre condizioni fisiche. In realtà la massa di un oggetto dipende dalla sua velocità, proprio come la sua energia cinetica. Questo effetto però non si nota alle velocità alle quali siamo abituati, che sono molto inferiori a quelle della luce.

Per le particelle in LHC, che viaggiano a velocità prossime a quelle della luce, l'effetto esiste eccome: la massa diventa "relativistica". Viene cioè aumentata da un fattore moltiplicativo γ che dipende solamente dalla velocità raggiunta.

Il fattore relativistico γ

Questo fattore γ (chiamato "fattore di Lorentz") si trova sia nell'espressione della massa relativistica sia in quelle della contrazione delle lunghezze e della dilatazione dei tempi descritti dalla teoria della relatività. Il suo valore è definito come:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

La formula che esprime γ può sembrare complicata, ma a guardarla con attenzione si vede che γ dipende solamente dal rapporto v/c elevato al quadrato, dove v è la velocità dell'oggetto e c è la velocità della luce, che ha il valore costante di circa 300 000 km/s. Il denominatore che dà il valore di γ è un numero positivo sempre minore o uguale a 1, perciò γ ha un valore sempre maggiore o uguale a 1. A velocità zero, γ vale 1, a velocità che si avvicinano a c, γ tende a crescere sempre di più.

γ nell'esperienza comune

Alle velocità (v) che sperimentiamo di solito, il valore di $(v/c)^2$ è così piccolo da essere praticamente uguale a zero. Così nella formula di γ la radice quadrata vale 1. E siccome 1 diviso 1 fa ancora 1, ecco che il fattore γ vale a sua volta semplicemente 1.
Ma 1 è l'elemento neutro della moltiplicazione, perciò moltiplicare per 1 non fa cambiare niente: per questo motivo nella nostra esperienza comune la massa rimane costante, il tempo non si dilata e le lunghezze non si contraggono. Se γ fosse diverso da 1, oltre alla massa, cambierebbero anche il tempo e lo spazio. Gli intervalli di tempo si dilaterebbero mentre le lunghezze si contrarrebbero, secondo le seguenti equazioni:

$$\Delta t = \gamma \Delta t_0 \qquad l = \frac{l_0}{\gamma}$$

»

» Scheda Didattica / **Nuove sfide per LHC**

La massa relativistica dei protoni accelerati in LHC

La massa relativistica m è data dalla “massa a riposo” m_0 (il valore quando la velocità è zero) moltiplicata per γ:

$$m = m_0\gamma$$

L’energia della particella è data dalla famosa equazione di Einstein, che collega l’energia E alla massa relativistica m moltiplicata per il quadrato della velocità della luce c:

$$E = mc^2$$

Questa formula può essere invertita per esprimere la massa alle alte energie:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Da questa si vede come, raggiungendo alte energie, si possano trovare nuove masse, cioè nuove particelle “più grandi”. Il valore di scambio tra massa ed energia è molto sbilanciato verso l’energia: basta un piccolo aumento di massa per avere una grande energia in più (perché la massa viene moltiplicata per c^2). Viceversa, serve un grandissimo aumento di energia per cercare nuove particelle con un po’ di massa in più.

DOMANDE E ATTIVITÀ

1. Come cambia la nostra massa quando viaggiamo ai 120 km/h?

Proviamo a calcolare il valore della massa relativistica di Marco, che a riposo è di 48 kg, quando viaggia in autostrada ai 115 km/h. Quanto vale il fattore γ? Si percepisce un cambiamento nella massa?

Soluzione:

La formula da utilizzare è $m = m_0\gamma$, dopo aver calcolato il valore di γ per la velocità v data.

Esprimiamo v in metri al secondo: $v = 115\ \mathrm{km/h}\ \frac{115}{3{,}6}\ \mathrm{m/s} = 31{,}9\overline{4}\ \mathrm{m/s}$

Esprimiamo c in metri al secondo: $c = 300\,000\ \mathrm{km/s} = 300\,000 \cdot 1000\ \mathrm{m/s} = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$

Calcoliamo γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{31{,}9\overline{4}}{3 \cdot 10^8}\right)^2}} \cong \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{10^{14}}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{10^{14}}}} \cong \frac{1}{\sqrt{0{,}99999999999999}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}999999999999995}} = 1{,}000000000000005$$

La massa di Marco è aumentata meno di un centesimo di millesimo di miliardesimo di kg. Questo valore non è misurabile: l’inspirazione di ossigeno e l’emissione di diossido di carbonio durante la respirazione fanno cambiare la massa di Marco molto, ma molto più velocemente di così!

2. A quale velocità vanno i protoni in LHC per raggiungere i 6,5 TeV?

In LHC i protoni arrivano a velocità prossime a quelle della luce. Quanto prossime? Dipende dall’energia che si è in grado di fornire loro. Questa energia va a cambiare la loro massa relativistica m (che come sappiamo dipende dalla loro velocità), secondo la relazione:

$$m = \frac{E}{c^2}$$

»

» Scheda Didattica / **Nuove sfide per LHC**

La massa a riposo di un protone è $m_0 = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg. Espressa in MeV (MegaelettronVolt, dove 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19} J$) tale massa vale 938 MeV.
In LHC le energie in gioco sono di 13 TeV (TeraelettronVolt, cioè milioni di mega), cioè 6,5 per fascio. A quale velocità viaggiano i protoni? E quanto cambia la loro massa?

Soluzione:
La massa passa da m_0 a m, portandosi da 938 MeV a 6,5 TeV. L'aumento % della massa è quindi dato da:

$$\frac{m}{m_0} = \frac{6{,}5 \cdot 10^{12}}{938 \cdot 10^{6}} \cong 1 \cdot 10^{3}$$

Si tratta di un aumento di mille volte tanto!
La velocità del protone si calcola a partire dal valore del fattore γ, che è pari a 1000, infatti:

$$\gamma = \frac{m}{m_0} = 10^{3}$$

Da questa relazione si ricava:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 1000$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{1}{1000}$$

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{1}{1000^2}$$

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1 - \frac{1}{1000^2}$$

$$v = \sqrt{\left(1 - \frac{1}{1000^2}\right)}\, c = \sqrt{1 - 0{,}000001} \cdot c = \sqrt{0{,}999999} \cdot c \cong 0{,}9999995 \cdot c$$

Cioè la differenza tra la velocità raggiunta dai protoni e quella della luce c è di nemmeno un milionesimo!